

Wymagania edukacyjne z matematyki

Klasa 4

4Ap, 4Ep – poziom podstawowy

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
 - Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
 - Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
 - Wymagania **dopelniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
 - Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych.
-
- ocena dopuszczająca – wymagania na poziomie (K)
 - ocena dostateczna – wymagania na poziomie (K) i (P)
 - ocena dobra – wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
 - ocena bardzo dobra – wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
 - ocena celująca – wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Klasa 4 – poziom podstawowy
1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none">stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">wykonuje obliczenia, stosując definicję siłni
<ul style="list-style-type: none">stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none">opisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
<ul style="list-style-type: none">określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
<ul style="list-style-type: none">stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
<ul style="list-style-type: none">podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką, monetą
<ul style="list-style-type: none">przedstawia za pomocą tabeli rozkład zmiennej losowej

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych
<ul style="list-style-type: none">stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa

Klasa 4 – poziom podstawowy
2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
• określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
• wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa oraz ostrosłupa
• rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach
• oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w prostych sytuacjach
• zaznacza na rysunku prostopadłościanu jego przekroje
• oblicza pole danego przekroju – w prostych sytuacjach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
• wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach
• rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
• stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach
• oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w trudnych sytuacjach

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• oblicza pola przekrojów prostopadłościanu, również z wykorzystaniem trygonometrii

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielościanów i ich przekrojów
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach

Klasa 4 – poziom podstawowy

3. BRYŁY OBROTOWE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)
<ul style="list-style-type: none">zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli
<ul style="list-style-type: none">oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa brył podobnych podczas rozwiązywania zadań
--

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach
--

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych
<ul style="list-style-type: none">przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych

4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb
<ul style="list-style-type: none">przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost w prostych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych
<ul style="list-style-type: none">przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności (np. wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną)
<ul style="list-style-type: none">stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach
<ul style="list-style-type: none">przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">przeprowadza dowody nie wprost – w trudnych sytuacjach
--

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">przeprowadza dowody wymagające wiedzy opisanej na poziomie (W) z innych działów

Klasa 4 – poziom podstawowy
5. POWTÓRZENIE

I. Liczby rzeczywiste.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
• stosuje cechy podzielności liczb
• podaje dzielniki danej liczby naturalnej
• porównuje liczby wymierne
• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem
• wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• oblicza procent danej liczby
• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• oblicza NWD i NWW
• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)
• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych
• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$
• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
• wyznacza wartość wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń
• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
• ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)

Klasa 4 – poziom podstawowy

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

II. Zbiory, przedziały i nierówności.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
<ul style="list-style-type: none">• opisuje symbolicznie dane zbiory
<ul style="list-style-type: none">• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
<ul style="list-style-type: none">• posługuje się pojęciami iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów
<ul style="list-style-type: none">• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
<ul style="list-style-type: none">• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
<ul style="list-style-type: none">• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
<ul style="list-style-type: none">• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
<ul style="list-style-type: none">• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
<ul style="list-style-type: none">• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
<ul style="list-style-type: none">• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $x = a, x < a$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
<ul style="list-style-type: none">• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
<ul style="list-style-type: none">• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
<ul style="list-style-type: none">• przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$
<ul style="list-style-type: none">• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}$
<ul style="list-style-type: none">• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none">• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną
<ul style="list-style-type: none">• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności
<ul style="list-style-type: none">• wyprowadza wzory skróconego mnożenia

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
<ul style="list-style-type: none">• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">• dowodzi podzielności liczb (trudniejsze przypadki)
<ul style="list-style-type: none">• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształcania wyrażeń algebraicznych i własności wartości bezwzględnej

Klasa 4 – poziom podstawowy

III. Funkcje.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, tabelą, wykresem, opisem słownym, wzorem)
• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
• na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach) (P)
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przypadkach
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości m
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w trudniejszych przypadkach
• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

Klasa 4 – poziom podstawowy

IV. Funkcja liniowa i układy równań liniowych.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• stosuje warunek równoległości i prostokątności prostych
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostokątny do wykresu danej funkcji liniowej
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
• sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań
• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)
• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników (proste przypadki)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
• rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań (proste przypadki)
• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostokątne
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• analizuje własności funkcji liniowej
• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe
• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
• zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
• stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

Klasa 4 – poziom podstawowy

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
• wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty
• udowadnia warunek prostokątności prostych o danych równaniach kierunkowych
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym np. układów równań liniowych z trzema (lub więcej) niewiadomymi, oraz ich zastosowania w zadaniach tekstowych

V. Funkcja kwadratowa.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - p)^2 + q$, gdzie $a \neq 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
• podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli
• przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
• przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
• wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
• rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach
• interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika a i wyróżnika Δ
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli
• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach
• przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisującą daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
• rozwiązuje równania dwukwadratowe
• wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
• stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje równania dwukwadratowe
• rozwiązuje równanie, które można sprowadzić do równania kwadratowego, np. stosując podstawienie $t = x , t \geq 0$
• rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego
• udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

Klasa 4 – poziom podstawowy

VI. Wielomiany.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
• stosuje wzory na sześciang sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciangów
• przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
• rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równanie wielomianowe
• podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
• stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów

Klasa 4 – poziom podstawowy

VII. Funkcje wymierne.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
<ul style="list-style-type: none">przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi OX albo wzdłuż osi OY, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
<ul style="list-style-type: none">dobiera wzór funkcji do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none">wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
<ul style="list-style-type: none">oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
<ul style="list-style-type: none">upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
<ul style="list-style-type: none">szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie $x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}$ i $a \neq 0$, i wyznacza równania jej asymptot
<ul style="list-style-type: none">wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
<ul style="list-style-type: none">wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
<ul style="list-style-type: none">określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek
<ul style="list-style-type: none">przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
<ul style="list-style-type: none">podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
<ul style="list-style-type: none">wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none">stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">przekształca wzór funkcji danej w postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ do postaci $f(x) = \frac{r}{x-p} + q$ oraz szkicuje jej wykres
<ul style="list-style-type: none">stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności

Klasa 4 – poziom podstawowy

VIII. Funkcje trygonometryczne.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach
• wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30° , 45° , 60°
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
• stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$, $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku a : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• oblicza pola czworokątów

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach
--

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych α i $90^\circ - \alpha$
• wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta
• znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
• stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$
• stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia związki miarowe w czworokątach
• dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach

Klasa 4 – poziom podstawowy

IX. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• oblicza potęgę o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym
• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w prostych przypadkach
• oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu-oraz szkicuje ten wykres
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych albo przez symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu – do prostych obliczeń
• odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności
• wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu
• szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie – w prostych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych
• rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym, korzystając z własności funkcji wykładniczej lub funkcji logarytmicznej – w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach – w trudniejszych przypadkach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji, stosując złożenie przekształceń
• odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności
• wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu i liczby logarytmowanej
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
• odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczących wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego
• rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej
• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
• udowadnia twierdzenia o działaniach na logarytmach

Klasa 4 – poziom podstawowy

X. Ciągi.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• bada monotoniczność ciągu – w prostych przypadkach
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny – w prostych przypadkach
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest jego wzór ogólny – w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• stosuje własności ciągu arytmetycznego oraz wzory na sumę jego wyrazów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, w tym w zadaniach tekstowych
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego – w zadaniach różnego typu
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu

Klasa 4 – poziom podstawowy

XI. Geometria analityczna.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
• stosuje wzór na odległość punktów w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach
• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców
• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• oblicza odległość punktu od prostej
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach
• podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu
• podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu
• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
• wyznacza współrzędne obrazów punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych lub symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami
• podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu lub paraboli, a drugie równaniem prostej – w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
• stosuje w zadaniach równanie okręgu – w bardziej złożonych przypadkach
• stosuje w zadaniach własności stycznej do okręgu – w bardziej złożonych przypadkach
• rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem okręgu lub paraboli, a drugie – równaniem prostej; podaje ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań dotyczących okręgów i wielokątów – w bardziej złożonych przypadkach
• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w trudniejszych przypadkach

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań dotyczących okręgów i wielokątów – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej – o znacznym stopniu trudności
--

Klasa 4 – poziom podstawowy

XII. Planimetria.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
• oblicza pole koła i pole wycinka koła
• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
• opisuje własności wielokątów foremnych
• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• udowadnia równoległość prostych, stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach
• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym

Klasa 4 – poziom podstawowy

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• oblicza sumę miar kątów danego wielokąta
• oblicza liczbę boków wielokąta, jeśli ma daną sumę miar jego kątów wewnętrznych
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań
• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
• stosuje wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ do obliczania pola trójkąta
• uzasadnia wzory $P = \frac{abc}{4R}$ i $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
• bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i ® oraz dodatkowo:

• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa oraz twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności
• zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
• uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
• udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
• udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie

Klasa 4 – poziom podstawowy

XIII. Statystyka.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
• odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach
• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K), (P) i (R) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
--